1) Να βρεθούν ακέραιοι x, y, z :

$$(112, 96, 24) = 112x + 96y + 24z$$

ΛΥΣΗ

α' τρόπος: Πάνω σε αυτό που ζητάει

$96 = 4 \cdot 24 + 0 \rightsquigarrow (112, (96, 24)) = (112, 24)$

$$\left.\begin{aligned} 112 &= 4 \cdot 24 + 16 \\ 24 &= 1 \cdot 16 + \boxed{8} \\ 16 &= 2 \cdot 8 + 0 \end{aligned}\right\} \rightsquigarrow (112, 24) = 8$$

$8 = 24 - 1 \cdot 16 = 24 - (112 - 4 \cdot 24) = (-1) \cdot 112 + 1 \cdot 96 + 1 \cdot 24$

Άρα, κατά αντιστοιχία: $x = -1$, $y = 1$ & $z = 1$

β' τρόπος: Γενική λύση (πιο ολοκληρωμένος)

Εφόσον, $(112, 96, 24) = 8$

Έχουμε την διοφαντική εξίσωση

$112x + 96y + 24z = 8$ ή ισοδύναμα $14x + 12y + 3z = 1$ (E_0)

όπου τότε $(14, 12, 3) = 1$

Θέτω, $14x + 12y = 2w \Leftrightarrow w = 7x + 6y$ (1)

Άρα, $(E_0) \rightsquigarrow 2w + 3z = 1$ $[\Leftrightarrow (2,3) = 1]$

Προφανώς, ρίζα της εξίσωσης (E_0): $2w + 3z = 1$

είναι η $(x_0, y_0) = (-1, 1)$. Άρα, τα w, z θα δίνονται

από τους ακόλουθους τύπους:

$w = -1 + 3t$ και $z = 1 - 2t$, $\forall t \in \mathbb{Z}$

Παράλληλα, $1 \cdot w = 7x + 6y$ ενώ συγχρόνως $7x + 6y = 1$ (E_1)

αφού ο ΜΚΔ $(7, 6) = 1$.

Προφανώς, λύση της (E_1) είναι η $(x_1, y_1) = (1, -1)$

Αλλά, $1 \cdot w = 7x + 6y \iff \left\{ \begin{array}{l} x = 1 \cdot w = -1 + 3t \\ y = -1 \cdot w = 1 - 3t \\ z = 1 - 2t = 1 - 2t \end{array} \right| \ \forall t \in \mathbb{Z}$

Η $(x, y, z) = (-1+3t,\ 1-3t,\ 1-2t)$

Αποτελεί τη γενική λύση της αρχικής μας εξίσωσης